

Probabilidades y Estadística II

Modelización de la incertidumbre


Incertidumbre y Probabilidad

Indice

- 1) Sucesos Aleatorios.**
- 2) Espacio Muestral.**
- 3) Operaciones con Sucesos.**
- 4) Enfoques de la Probabilidad.
- 5) Axiomas de Kolmogorov.
- 6) Resultados Básicos con Probabilidades.
- 7) Variables Aleatorias.

Probabilidades y Estadística II

Modelización de la incertidumbre

- Fenómenos en los cuales no se puede predecir el resultado de cada experiencia y observación particular → incertidumbre
- Modelización de la incertidumbre →
explotar la regularidad estadística y
el conocimiento y juicio de expertos.  para ayudar
tomar decisiones
- Medida y cálculo de la incertidumbre → Probabilidad

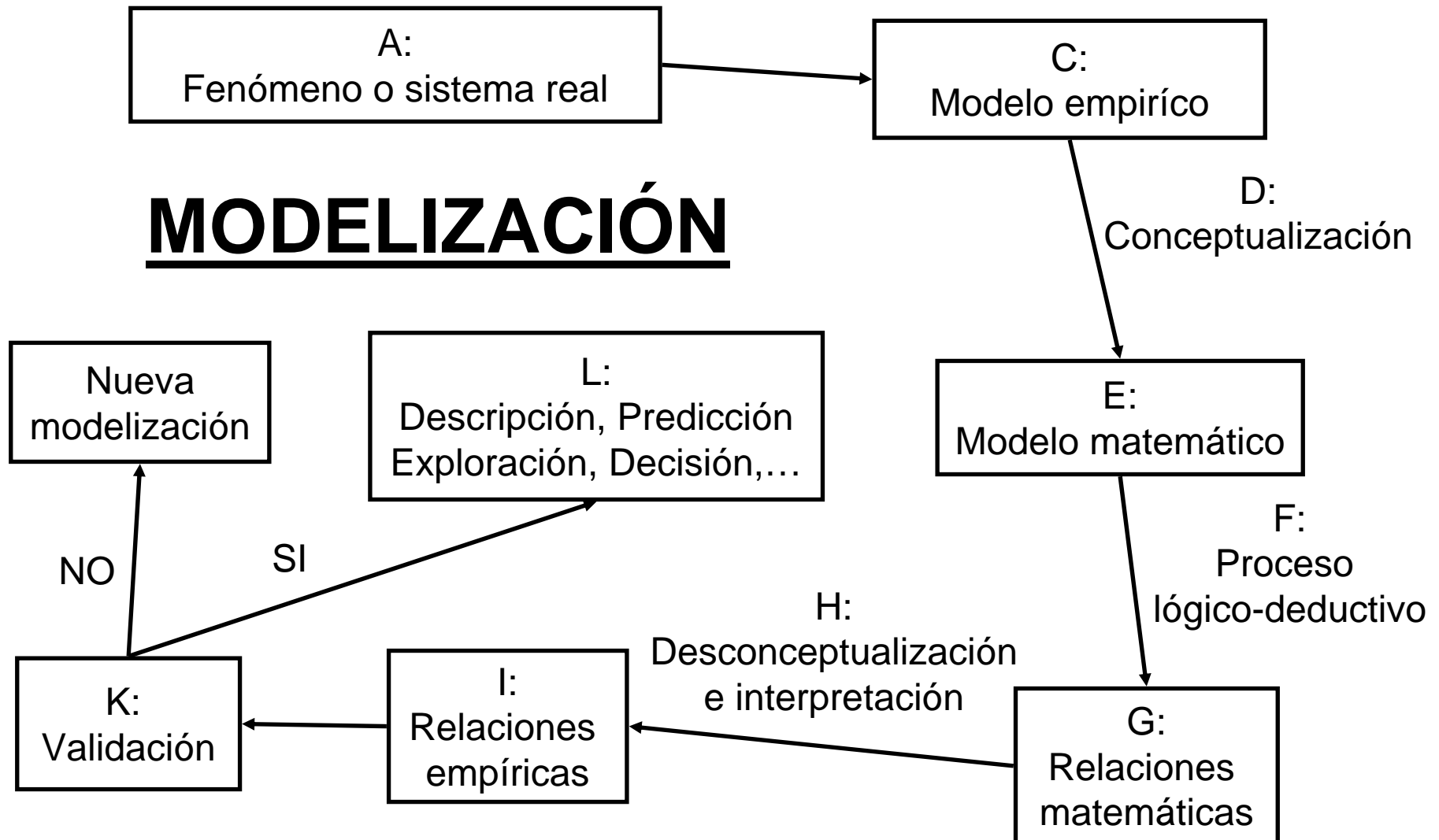
Realidad Empírica	Modelo Matemático
Experimento o Fenómeno	Espacio probabílistico
Resultados experimentales	Sucesos
{ Frecuencias en largas series	Probabilidades
{ Propiedades de la frecuencia	Axiomas de la probabilidades
{ Juicio de expertos	Probabilidades subjetivas
{ Consistencia y coherencia	Axiomas de la probabilidad subjetiva

Probabilidades y Estadística II

Modelización de la incertidumbre

Sixto Ríos, 1995,
Alianza Universidad, AU822

MODELIZACIÓN



Modelización de la incertidumbre

Sucesos aleatorios. Espacio muestral

- Experimentos y Fenómenos

Deterministas: {Condiciones} $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ Resultado;

Aleatorios: {Condiciones} $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ {Resultados}

- Experimento y Fenómeno Aleatorio: un conjunto de reglas y condiciones de realización; es repetible y el resultado manifiesta azar
- Sucesos Elementales: resultados exhaustivos y excluyentes que observamos en las realizaciones del experimento y descritos mediante proposiciones simples
- Sucesos Aleatorios: posibles resultados observados en un experimento aleatorio y descritos mediante proposiciones simples, compuestas y/o predicados
- Espacio Muestral: conjunto de los sucesos elementales, E
- Espacio de Sucesos: conjunto de todos los sucesos aleatorios; conjunto de los subconjuntos del espacio muestral, $\wp(E)$, $|E|=n, |\wp(E)| = 2^n$

Modelización de la incertidumbre

Sucesos aleatorios. Espacio muestral

- Tras un experimento aleatorio siempre observamos un suceso-resultado de E
- El conjunto E debe ser exhaustivo contemplando todas las posibilidades lógicas, con independencia de que a priori se puedan calificar ciertos resultados de excepcionales frente a otros que se consideran normales
- Tras un experimento aleatorio ocurre el suceso A si el resultado elemental observado es un elemento de A
- En un experimento aleatorio decimos que el suceso A está incluido en el suceso B , $A \subset B$, si la observación de A implica la observación de B
- Dos sucesos son iguales si $A \subset B$ y $B \subset A$
- $(\wp(E), \subset)$ es un conjunto parcialmente ordenado
- \emptyset es minimal, E es maximal y los sucesos elementales junto a \emptyset son los átomos

Modelización de la incertidumbre

Operaciones con sucesos

- Sucesos disjuntos o incompatibles en un experimento aleatorio cuando no se observan simultáneamente, la observación de uno excluye al resto
- Intersección de sucesos \cap : $\wp(E) \otimes \wp(E) \rightarrow \wp(E)$, $(A,B) \rightarrow A \cap B$
Se observa el suceso intersección si se observan ambos
- Unión de sucesos \cup : $\wp(E) \otimes \wp(E) \rightarrow \wp(E)$, $(A,B) \rightarrow A \cup B$
Se observa el suceso unión si se observa al menos uno
- Suceso complementario o contrario de A es el suceso observado cuando no observamos A. Se denota con $\neg A$.
 $\neg E = \emptyset$, $E = \neg \emptyset$, $A \cup \neg A = E$, $A \cap \neg A = \emptyset$, $A \subset B \Rightarrow \neg B \subset \neg A$
- Sucesos Seguro e Imposible: el espacio muestral, E, se observa seguro; el suceso que nunca se observa es $\neg E$, es imposible, y se simboliza con \emptyset
- Diferencia de sucesos: $A - B = A \cap \neg B$, observamos A y $\neg B$
- Diferencia simétrica de sucesos: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

Modelización de la incertidumbre

Operaciones con sucesos

- Álgebra de Boole de sucesos.

$\forall E$ y $\wp(E)$, con las operaciones $\cup, \cap, \neg, \forall A, B, C \in \wp(E)$

1. Conmutativas: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
 2. Asociativas: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 3. \exists elemento neutro: $A \cup \emptyset = A, A \cap E = A$
 4. Distributivas: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 5. Complementario: $A \cup \neg A = E, A \cap \neg A = \emptyset$
- $(\wp(E), \cup, \cap, \neg)$ es un Álgebra de Boole

- Propiedades:

6. Idempotencia: $A \cup A = A, A \cap A = A$
7. Maximalidad-minimalidad: $A \cup E = E, A \cap \emptyset = \emptyset$
8. Involución: $\neg(\neg A) = A$
9. Simplificación o absorción: $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A$
10. Leyes de Morgan: $\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B, \neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$

- Definiciones alternativas: Axiomática de Huntington (props. {1,3,4 y 5}) y Retículo distributivo y complementario (props. {1,2,6, y 9} (retículo) y {4 y 5}) Principio de Dualidad ($\cup \leftrightarrow \cap, E \leftrightarrow \emptyset$)